

第十三届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Python 大学 A 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不要求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

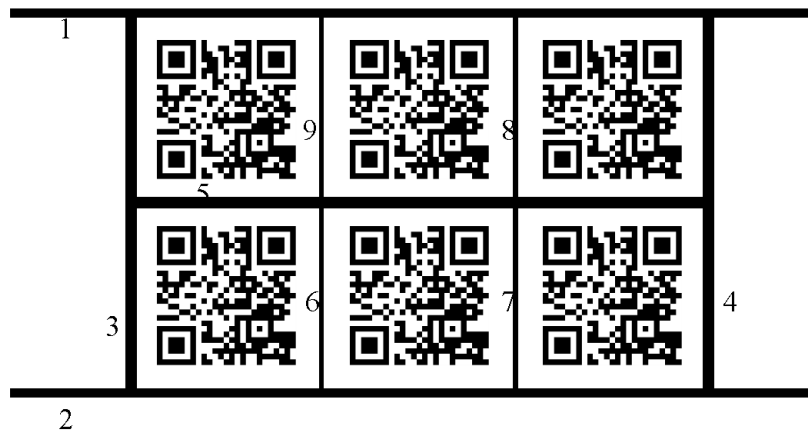
试题 A: 裁纸刀

本题总分: 5 分

【问题描述】

小蓝有一个裁纸刀, 每次可以将一张纸沿一条直线裁成两半。

小蓝用一张纸打印出两行三列共 6 个二维码, 至少使用九次裁出来, 下图给出了一种裁法。



在上面的例子中, 小蓝的打印机没办法打印到边缘, 所以边缘至少要裁 4 次。另外, 小蓝每次只能裁一张纸, 不能重叠或者拼起来裁。

如果小蓝要用一张纸打印出 20 行 22 列共 440 个二维码, 他至少需要裁多少次?

【答案提交】

这是一道结果填空的题, 你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数, 在提交答案时只填写这个整数, 填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 寻找整数

本题总分：5 分

【问题描述】

有一个不超过 10^{17} 的正整数 n ，知道这个数除以 2 至 49 后的余数如下表所示，求这个正整数最小是多少。

a	$n \bmod a$	a	$n \bmod a$	a	$n \bmod a$	a	$n \bmod a$
2	1	14	11	26	23	38	37
3	2	15	14	27	20	39	23
4	1	16	9	28	25	40	9
5	4	17	0	29	16	41	1
6	5	18	11	30	29	42	11
7	4	19	18	31	27	43	11
8	1	20	9	32	25	44	33
9	2	21	11	33	11	45	29
10	9	22	11	34	17	46	15
11	0	23	15	35	4	47	5
12	5	24	17	36	29	48	41
13	10	25	9	37	22	49	46

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 C: 质因数个数

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

【问题描述】

给定正整数 n , 请问有多少个质数是 n 的约数。

【输入格式】

输入的第一行包含一个整数 n 。

【输出格式】

输出一个整数, 表示 n 的质数约数个数。

【样例输入】

396

【样例输出】

3

【样例说明】

396 有 2, 3, 11 三个质数约数。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例, $1 \leq n \leq 10000$ 。

对于 60% 的评测用例, $1 \leq n \leq 10^9$ 。

对于所有评测用例, $1 \leq n \leq 10^{16}$ 。

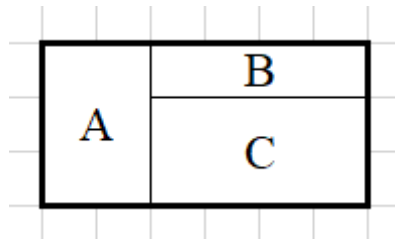
试题 D: 矩形拼接

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

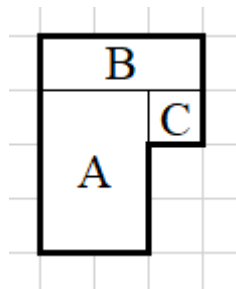
【问题描述】

已知 3 个矩形的大小依次是 $a_1 \times b_1$, $a_2 \times b_2$ 和 $a_3 \times b_3$ 。用这 3 个矩形能拼出的所有多边形中, 边数最少可以是多少?

例如用 3×2 的矩形 (用 A 表示)、 4×1 的矩形 (用 B 表示) 和 2×4 的矩形 (用 C 表示) 可以拼出如下 4 边形。



例如用 3×2 的矩形 (用 A 表示)、 3×1 的矩形 (用 B 表示) 和 1×1 的矩形 (用 C 表示) 可以拼出如下 6 边形。



【输入格式】

输入包含多组数据。

第一行包含一个整数 T , 代表数据组数。

以下 T 行, 每行包含 6 个整数 $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$, 其中 a_1, b_1 是第一个矩形的边长, a_2, b_2 是第二个矩形的边长, a_3, b_3 是第三个矩形的边长。

【输出格式】

对于每组数据，输出一个整数代表答案。

【样例输入】

```
2
2 3 4 1 2 4
1 2 3 4 5 6
```

【样例输出】

```
4
8
```

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $1 \leq T \leq 5$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 10$ ， $a_1 = a_2 = a_3$ 。

对于 30% 的评测用例， $1 \leq T \leq 5$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 10$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 20$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 1000$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 100$ 。

试题 E: 消除游戏

时间限制: 3.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

在一个字符串 S 中, 如果 $S_i = S_{i-1}$ 且 $S_i \neq S_{i+1}$, 则称 S_i 和 S_{i+1} 为边缘字符。如果 $S_i \neq S_{i-1}$ 且 $S_i = S_{i+1}$, 则 S_{i-1} 和 S_i 也称为边缘字符。其它的字符都不是边缘字符。

对于一个给定的串 S , 一次操作可以一次性删除该串中的所有边缘字符 (操作后可能产生新的边缘字符)。

请问经过 2^{64} 次操作后, 字符串 S 变成了怎样的字符串, 如果结果为空则输出 EMPTY。

【输入格式】

输入一行包含一个字符串 S 。

【输出格式】

输出一行包含一个字符串表示答案, 如果结果为空则输出 EMPTY。

【样例输入 1】

edda

【样例输出 1】

EMPTY

【样例输入 2】

sdfhhhhcvhhxcxnnnnshh

【样例输出 2】

S

【评测用例规模与约定】

对于 25% 的评测用例， $|S| \leq 10^3$ ，其中 $|S|$ 表示 S 的长度；

对于 50% 的评测用例， $|S| \leq 10^4$ ；

对于 75% 的评测用例， $|S| \leq 10^5$ ；

对于所有评测用例， $|S| \leq 10^6$ ， S 中仅含小写字母。

试题 F: 重新排序

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

【问题描述】

给定一个数组 A 和一些查询 L_i, R_i , 求数组中第 L_i 至第 R_i 个元素之和。

小蓝觉得这个问题很无聊, 于是他想重新排列一下数组, 使得最终每个查询结果的和尽可能地大。小蓝想知道相比原数组, 所有查询结果的总和最多可以增加多少?

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 n 。

第二行包含 n 个整数 A_1, A_2, \dots, A_n , 相邻两个整数之间用一个空格分隔。

第三行包含一个整数 m 表示查询的数目。

接下来 m 行, 每行包含两个整数 L_i, R_i , 相邻两个整数之间用一个空格分隔。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5
1 2 3 4 5
2
1 3
2 5
```

【样例输出】

```
4
```

【样例说明】

原来的和为 $6 + 14 = 20$ ，重新排列为 $(1, 4, 5, 2, 3)$ 后和为 $10 + 14 = 24$ ，增加了 4。

【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $n, m \leq 50$ ；

对于 50% 的评测用例， $n, m \leq 500$ ；

对于 70% 的评测用例， $n, m \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n, m \leq 10^5$ ， $1 \leq A_i \leq 10^6$ ， $1 \leq L_i \leq R_i \leq 10^6$ 。

试题 G: 全排列的价值

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

对于一个排列 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, 定义价值 c_i 为 a_1 至 a_{i-1} 中小于 a_i 的数的个数, 即 $b_i = |\{a_j | j < i, a_j < a_i\}|$ 。定义 A 的价值为 $\sum_{i=1}^n c_i$ 。

给定 n , 求 1 至 n 的全排列中所有排列的价值之和。

【输入格式】

输入一行包含一个整数 n 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案, 由于所有排列的价值之和可能很大, 请输出这个数除以 998244353 的余数。

【样例输入 1】

3

【样例输出 1】

9

【样例输入 2】

2022

【样例输出 2】

593300958

【样例说明】

1 至 3 构成的所有排列的价值如下:

$$(1, 2, 3) : 0 + 1 + 2 = 3 ;$$

$$(1, 3, 2) : 0 + 1 + 1 = 2 ;$$

$$(2, 1, 3) : 0 + 0 + 2 = 2 ;$$

$$(2, 3, 1) : 0 + 1 + 0 = 1 ;$$

$$(3, 1, 2) : 0 + 0 + 1 = 1 ;$$

$$(3, 2, 1) : 0 + 0 + 0 = 0 ;$$

故总和为 $3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 9$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例， $n \leq 20$ ；

对于 70% 的评测用例， $n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $2 \leq n \leq 10^6$ 。

试题 H: 最长不下降子序列

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

给定一个长度为 N 的整数序列: A_1, A_2, \dots, A_N 。现在你有一次机会, 将其中连续的 K 个数修改成任意一个相同值。请你计算如何修改可以使修改后的数列的最长不下降子序列最长, 请输出这个最长的长度。

最长不下降子序列是指序列中的一个子序列, 子序列中的每个数不小于在它之前的数。

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 N 和 K 。

第二行包含 N 个整数 A_1, A_2, \dots, A_N 。

【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

【样例输入】

```
5 1
1 4 2 8 5
```

【样例输出】

```
4
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 100$;

对于 30% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 1000$;

对于 50% 的评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 10000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 10^5$ ， $1 \leq A_i \leq 10^6$ 。

试题 I: 最优清零方案

时间限制: 5.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定一个长度为 N 的数列 A_1, A_2, \dots, A_N 。现在小蓝想通过若干次操作将这个数列中每个数字清零。

每次操作小蓝可以选择以下两种之一:

1. 选择一个大于 0 的整数, 将它减去 1;
2. 选择连续 K 个大于 0 的整数, 将它们各减去 1。

小蓝最少经过几次操作可以将整个数列清零?

【输入格式】

输入第一行包含两个整数 N 和 K 。

第二行包含 N 个整数 A_1, A_2, \dots, A_N 。

【输出格式】

输出一个整数表示答案。

【样例输入】

```
4 2
1 2 3 4
```

【样例输出】

```
6
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例, $1 \leq K \leq N \leq 10$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 100$ 。

对于 50% 的评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 1000$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 10000$ 。

对于 70% 的评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 100000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq K \leq N \leq 1000000$, $0 \leq A_i \leq 1000000$ 。

试题 J: 数的拆分

时间限制: 5.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

给定 T 个正整数 a_i , 分别问每个 a_i 能否表示为 $x_1^{y_1} \cdot x_2^{y_2}$ 的形式, 其中 x_1, x_2 为正整数, y_1, y_2 为大于等于 2 的正整数。

【输入格式】

输入第一行包含一个整数 T 表示询问次数。

接下来 T 行, 每行包含一个正整数 a_i 。

【输出格式】

对于每次询问, 如果 a_i 能够表示为题目描述的形式则输出 `yes`, 否则输出 `no`。

【样例输入】

```
7
2
6
12
4
8
24
72
```

【样例输出】

```
no
no
```

no
yes
yes
no
yes

【样例说明】

第 4,5,7 个数分别可以表示为:

$$a_4 = 2^2 \times 1^2 ;$$

$$a_5 = 2^3 \times 1^2 ;$$

$$a_7 = 2^3 \times 3^2 。$$

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例, $1 \leq T \leq 200$, $a_i \leq 10^9$;

对于 30% 的评测用例, $1 \leq T \leq 300$, $a_i \leq 10^{18}$;

对于 60% 的评测用例, $1 \leq T \leq 10000$, $a_i \leq 10^{18}$;

对于所有评测用例, $1 \leq T \leq 100000$, $1 \leq a_i \leq 10^{18}$ 。