

# 第十三届蓝桥杯大赛软件赛省赛

Python 研究生组

## 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不要求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

**注意：**在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

**注意：**所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

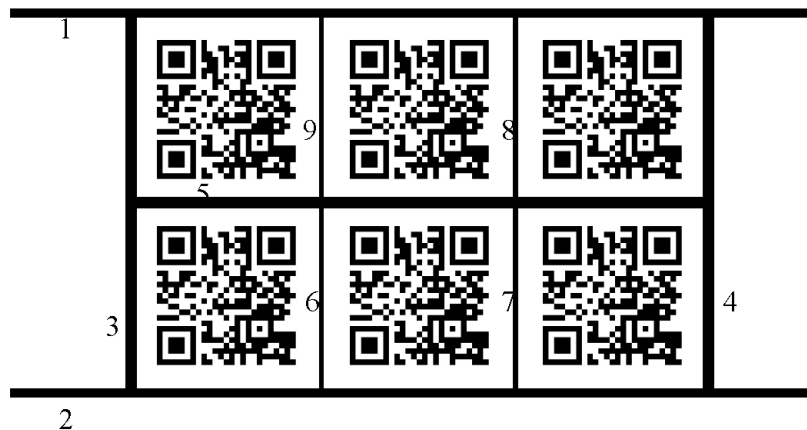
## 试题 A: 裁纸刀

本题总分: 5 分

### 【问题描述】

小蓝有一个裁纸刀, 每次可以将一张纸沿一条直线裁成两半。

小蓝用一张纸打印出两行三列共 6 个二维码, 至少使用九次裁出来, 下图给出了一种裁法。



在上面的例子中, 小蓝的打印机没办法打印到边缘, 所以边缘至少要裁 4 次。另外, 小蓝每次只能裁一张纸, 不能重叠或者拼起来裁。

如果小蓝要用一张纸打印出 20 行 22 列共 440 个二维码, 他至少需要裁多少次?

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题, 你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数, 在提交答案时只填写这个整数, 填写多余的内容将无法得分。

## 试题 B: 寻找整数

本题总分：5 分

### 【问题描述】

有一个不超过  $10^{17}$  的正整数  $n$ ，知道这个数除以 2 至 49 后的余数如下表所示，求这个正整数最小是多少。

$a$	$n \bmod a$	$a$	$n \bmod a$	$a$	$n \bmod a$	$a$	$n \bmod a$
2	1	14	11	26	23	38	37
3	2	15	14	27	20	39	23
4	1	16	9	28	25	40	9
5	4	17	0	29	16	41	1
6	5	18	11	30	29	42	11
7	4	19	18	31	27	43	11
8	1	20	9	32	25	44	33
9	2	21	11	33	11	45	29
10	9	22	11	34	17	46	15
11	0	23	15	35	4	47	5
12	5	24	17	36	29	48	41
13	10	25	9	37	22	49	46

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 C: 质因数个数

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

给定正整数  $n$ , 请问有多少个质数是  $n$  的约数。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $n$ 。

### 【输出格式】

输出一个整数, 表示  $n$  的质数约数个数。

### 【样例输入】

396

### 【样例输出】

3

### 【样例说明】

396 有 2, 3, 11 三个质数约数。

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例,  $1 \leq n \leq 10000$ 。

对于 60% 的评测用例,  $1 \leq n \leq 10^9$ 。

对于所有评测用例,  $1 \leq n \leq 10^{16}$ 。

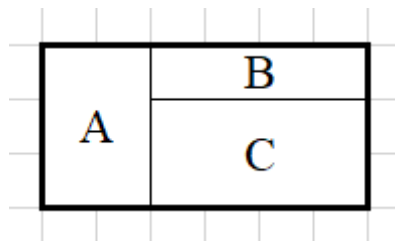
## 试题 D: 矩形拼接

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

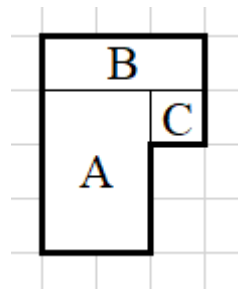
### 【问题描述】

已知 3 个矩形的大小依次是  $a_1 \times b_1$ ,  $a_2 \times b_2$  和  $a_3 \times b_3$ 。用这 3 个矩形能拼出的所有多边形中, 边数最少可以是多少?

例如用  $3 \times 2$  的矩形 (用 A 表示)、 $4 \times 1$  的矩形 (用 B 表示) 和  $2 \times 4$  的矩形 (用 C 表示) 可以拼出如下 4 边形。



例如用  $3 \times 2$  的矩形 (用 A 表示)、 $3 \times 1$  的矩形 (用 B 表示) 和  $1 \times 1$  的矩形 (用 C 表示) 可以拼出如下 6 边形。



### 【输入格式】

输入包含多组数据。

第一行包含一个整数  $T$ , 代表数据组数。

以下  $T$  行, 每行包含 6 个整数  $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$ , 其中  $a_1, b_1$  是第一个矩形的边长,  $a_2, b_2$  是第二个矩形的边长,  $a_3, b_3$  是第三个矩形的边长。

### 【输出格式】

对于每组数据，输出一个整数代表答案。

### 【样例输入】

```
2
2 3 4 1 2 4
1 2 3 4 5 6
```

### 【样例输出】

```
4
8
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $1 \leq T \leq 5$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 10$ ， $a_1 = a_2 = a_3$ 。

对于 30% 的评测用例， $1 \leq T \leq 5$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 10$ 。

对于 60% 的评测用例， $1 \leq T \leq 10$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 20$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 1000$ ， $1 \leq a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \leq 100$ 。

## 试题 E: 消除游戏

时间限制: 3.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

在一个字符串  $S$  中, 如果  $S_i = S_{i-1}$  且  $S_i \neq S_{i+1}$ , 则称  $S_i$  和  $S_{i+1}$  为边缘字符。如果  $S_i \neq S_{i-1}$  且  $S_i = S_{i+1}$ , 则  $S_{i-1}$  和  $S_i$  也称为边缘字符。其它的字符都不是边缘字符。

对于一个给定的串  $S$ , 一次操作可以一次性删除该串中的所有边缘字符 (操作后可能产生新的边缘字符)。

请问经过  $2^{64}$  次操作后, 字符串  $S$  变成了怎样的字符串, 如果结果为空则输出 EMPTY。

### 【输入格式】

输入一行包含一个字符串  $S$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含一个字符串表示答案, 如果结果为空则输出 EMPTY。

### 【样例输入 1】

edda

### 【样例输出 1】

EMPTY

### 【样例输入 2】

sdfhhhhcvhhxcxnnnnshh

### 【样例输出 2】

S

**【评测用例规模与约定】**

对于 25% 的评测用例， $|S| \leq 10^3$ ，其中  $|S|$  表示  $S$  的长度；

对于 50% 的评测用例， $|S| \leq 10^4$ ；

对于 75% 的评测用例， $|S| \leq 10^5$ ；

对于所有评测用例， $|S| \leq 10^6$ ， $S$  中仅含小写字母。



## 试题 F: 爬树的甲壳虫

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

有一只甲壳虫想要爬上一颗高度为  $n$  的树, 它一开始位于树根, 高度为 0, 当它尝试从高度  $i-1$  爬到高度为  $i$  的位置时有  $P_i$  的概率会掉回树根, 求它从树根爬到树顶时, 经过的时间的期望值是多少。

### 【输入格式】

输入第一行包含一个整数  $n$  表示树的高度。

接下来  $n$  行每行包含两个整数  $x_i, y_i$ , 用一个空格分隔, 表示  $P_i = \frac{x_i}{y_i}$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案, 答案是一个有理数, 请输出答案对质数 998244353 取模的结果。其中有理数  $\frac{a}{b}$  对质数  $P$  取模的结果是整数  $c$  满足  $0 \leq c < P$  且  $c \cdot b \equiv a \pmod{P}$ 。

### 【样例输入 1】

```
1
1 2
```

### 【样例输出 1】

```
2
```

### 【样例输入 2】

```
3
1 2
3 5
7 11
```

**【样例输出 2】**

623902744

**【评测用例规模与约定】**

对于 20% 的评测用例， $n \leq 2$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 20$ ；

对于 50% 的评测用例， $n \leq 500$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 200$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 100000$ ， $1 \leq x_i < y_i \leq 10^9$ 。

## 试题 G: 技能升级

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

小蓝最近正在玩一款 RPG 游戏。他的角色一共有  $N$  个可以加攻击力的技能。其中第  $i$  个技能首次升级可以提升  $A_i$  点攻击力, 以后每次升级增加的点数都会减少  $B_i$ 。  $\lceil \frac{A_i}{B_i} \rceil$  (上取整) 次之后, 再升级该技能将不会改变攻击力。

现在小蓝可以总计升级  $M$  次技能, 他可以任意选择升级的技能和次数。请你计算小蓝最多可以提高多少点攻击力?

### 【输入格式】

输入第一行包含两个整数  $N$  和  $M$ 。

以下  $N$  行每行包含两个整数  $A_i$  和  $B_i$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

### 【样例输入】

```
3 6
10 5
9 2
8 1
```

### 【样例输出】

```
47
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 40% 的评测用例,  $1 \leq N, M \leq 1000$ ;

对于 60% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10^4, 1 \leq M \leq 10^7$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq M \leq 2 \times 10^9, 1 \leq A_i, B_i \leq 10^6$ 。

## 试题 H: 因数平方和

时间限制: 1.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

记  $f(x)$  为  $x$  的所有因数的平方的和。例如:  $f(12) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 6^2 + 12^2$ 。

定义  $g(n) = \sum_{i=1}^n f(i)$ 。给定  $n$ , 求  $g(n)$  除以  $10^9 + 7$  的余数。

### 【输入格式】

输入一行包含一个正整数  $n$ 。

### 【输出格式】

输出一个整数表示答案  $g(n)$  除以  $10^9 + 7$  的余数。

### 【样例输入】

100000

### 【样例输出】

394827960

### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例,  $n \leq 10^5$ 。

对于 30% 的评测用例,  $n \leq 10^7$ 。

对于所有评测用例,  $1 \leq n \leq 10^9$ 。

## 试题 I: 扫描游戏

时间限制: 2.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

有一根围绕原点  $O$  顺时针旋转的棒  $OA$ ，初始时指向正上方（ $Y$  轴正向）。在平面中有若干物件，第  $i$  个物件的坐标为  $(x_i, y_i)$ ，价值为  $z_i$ 。当棒扫到某个物件时，棒的长度会瞬间增长  $z_i$ ，且物件瞬间消失（棒的顶端恰好碰到物件也视为扫到），如果此时增长完的棒又额外碰到了其他物件，也按上述方式消去（它和上述那个点视为同时消失）。

如果将物件按照消失的时间排序，则每个物件有一个排名，同时消失的物件排名相同，请输出每个物件的排名，如果物件永远不会消失则输出  $-1$ 。

### 【输入格式】

输入第一行包含两个整数  $n$ 、 $L$ ，用一个空格分隔，分别表示物件数量和棒的初始长度。

接下来  $n$  行每行包含三个整数  $x_i, y_i, z_i$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含  $n$  整数，相邻两个整数间用一个空格分隔，依次表示每个物件的排名。

### 【样例输入】

```
5 2
0 1 1
0 3 2
4 3 5
6 8 1
-51 -33 2
```

**【样例输出】**

1 1 3 4 -1

**【评测用例规模与约定】**

对于 30% 的评测用例， $1 \leq n \leq 500$ ；

对于 60% 的评测用例， $1 \leq n \leq 5000$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 200000$ ， $-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9$ ， $1 \leq L, z_i \leq 10^9$ 。

## 试题 J: 数的拆分

时间限制: 5.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

给定  $T$  个正整数  $a_i$ , 分别问每个  $a_i$  能否表示为  $x_1^{y_1} \cdot x_2^{y_2}$  的形式, 其中  $x_1, x_2$  为正整数,  $y_1, y_2$  为大于等于 2 的正整数。

### 【输入格式】

输入第一行包含一个整数  $T$  表示询问次数。

接下来  $T$  行, 每行包含一个正整数  $a_i$ 。

### 【输出格式】

对于每次询问, 如果  $a_i$  能够表示为题目描述的形式则输出 `yes`, 否则输出 `no`。

### 【样例输入】

```
7
2
6
12
4
8
24
72
```

### 【样例输出】

```
no
no
```



no  
yes  
yes  
no  
yes

### 【样例说明】

第 4,5,7 个数分别可以表示为:

$$a_4 = 2^2 \times 1^2 ;$$

$$a_5 = 2^3 \times 1^2 ;$$

$$a_7 = 2^3 \times 3^2 。$$

### 【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例,  $1 \leq T \leq 200$ ,  $a_i \leq 10^9$ ;

对于 30% 的评测用例,  $1 \leq T \leq 300$ ,  $a_i \leq 10^{18}$ ;

对于 60% 的评测用例,  $1 \leq T \leq 10000$ ,  $a_i \leq 10^{18}$ ;

对于所有评测用例,  $1 \leq T \leq 100000$ ,  $1 \leq a_i \leq 10^{18}$ 。